

## บทที่ 17

# การทดสอบหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น และค่าอัตราส่วนปัวซอง (Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio)

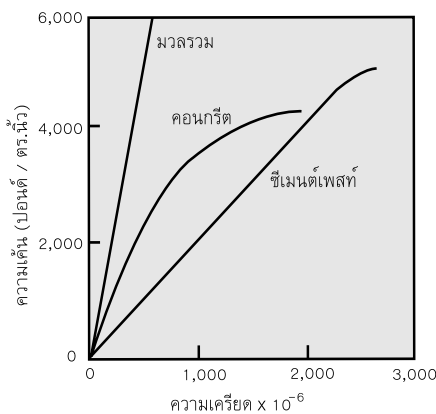
### บทนำ

การทดสอบนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity) และค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio) ซึ่งค่าโมดูลัสยืดหยุ่นเป็นค่าที่มีความสำคัญในการหาค่าความเค้น ค่าโมเมนต์ และค่าการโก่งตัวของโครงสร้าง ส่วนค่าอัตราส่วนปัวซองเป็นค่าที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้างอุโมงค์ เชื้อเพลิง และโครงสร้างประเภท Statically Indeterminate

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 1. ค่าโมดูลัสยืดหยุ่น (Modulus of Elasticity)

เมื่อใส่แรงลงในคอนกรีต จะเกิดหน่วยการหดตัวหรือความเครียด ดังรูปที่ 1 ซึ่งพบว่าคอนกรีตไม่ได้แสดงพฤติกรรมเป็นวัสดุที่มีความยืดหยุ่นอย่างแท้จริงเหมือนกับมวลรวมหรือซีเมนต์เฟสท์คือ เมื่อถูกหน่วยแรงกระทำ จะเกิดความเค้น (Stress) ซึ่งจะแปรผันโดยตรงกับความเครียด (Strain) และกลับคืนสภาพเดิมเมื่อนำแรงออก



รูปที่ 1 กราฟ Stress-Strain ของคอนกรีต มวลรวม และซีเมนต์เฟสท์ (จากหนังสือ Concrete Structure, Properties, and Materials; Mehta & Monteiro)

การที่คอนกรีตไม่ได้แสดงพฤติกรรมเป็นวัสดุที่มีความยืดหยุ่นอย่างแท้จริง เป็นผลมาจากกระบวนการแพร่กระจายของรอยร้าวในคอนกรีตที่เพิ่มขึ้นภายใต้น้ำหนักที่เพิ่มขึ้น โดยปรากฏการณ์ดังกล่าวสามารถอธิบาย ได้ดังนี้

ปกติในเนื้อคอนกรีตมีรอยร้าวเล็กๆ (Micro-cracks) อยู่แล้ว โดยจำนวนและขนาดของรอยร้าวขึ้นอยู่กับลักษณะการเย็บ การบ่ม และความแข็งแรงของบริเวณรอยต่อ (Transition Zone) ระหว่างซีเมนต์เฟสท์กับมวลรวมหยาบ

ในช่วงที่คอนกรีตได้รับความเค้นไม่เกิน 30% ของความเค้นสูงสุด รอยร้าวดังกล่าวจะไม่เพิ่มและไม่ขยายตัวจึงทำให้กราฟในช่วงดังกล่าวยังคงเป็นเส้นตรง ดังรูปที่ 2

เมื่อคอนกรีตได้รับความเค้นเกิน 30% ของความเค้นสูงสุด จำนวนความกว้าง และความยาวของรอยแตกร้าวบริเวณรอยต่อ (Transition Zone) จะเริ่มเพิ่มขึ้น ดังนั้นเมื่อความเค้นเพิ่มขึ้น ทำให้อัตราส่วนความเครียดต่อความเค้นก็จะเพิ่มขึ้นด้วย ทำให้กราฟเริ่มเบี่ยงเบนไม่เป็นเส้นตรง

ที่ระดับความเค้น 50% ของความเค้นสูงสุด รอยร้าวบริเวณรอยต่อ (Transition Zone) จะเริ่มคงที่ และเมื่อความเค้นอยู่ในช่วง 50-60% ของความเค้นสูงสุด รอยร้าวจะเริ่มเกิดขึ้นบริเวณซีเมนต์เฟสท์ (Matrix Zone)

ที่ระดับความเค้นประมาณ 75% ของความเค้นสูงสุด รอยร้าวบริเวณซีเมนต์เฟสท์ (Matrix Zone) จะแพร่กระจายมากขึ้น อีกทั้งรอยร้าวบริเวณรอยต่อ (Transition Zone) เริ่มเพิ่มขึ้นอีกครั้งในช่วงนี้ ทำให้กราฟเริ่มโค้งเข้าสู่แนวอนนมากขึ้น

ที่ระดับความเค้นมากกว่า 75% ของความเค้นสูงสุด รอยร้าวทั้งในบริเวณซีเมนต์เพสต์ (Matrix Zone) และบริเวณรอยต่อ (Transition Zone) เกิดมากขึ้นและเริ่มมีความต่อเนื่องกัน ทำให้การเพิ่มความเค้นเพียงเล็กน้อยจะทำให้ความเครียดเปลี่ยนแปลงไปมาก

### ชนิดของค่าโมดูลัสยืดหยุ่น

#### 1.1. โมดูลัสยืดหยุ่นคงที่ (Static Modulus of Elasticity)

เนื่องจากกราฟ Stress-Strain ของคอนกรีตไม่ เป็นเส้นตรง ดังนั้นในการหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นคงที่จากการทดสอบจึงมี 3 วิธีคือ

- **โมดูลัสสัมผัสเบื้องต้น (Initial Tangent Modulus)** คือ ค่าความลาดเอียงของเส้นสัมผัสกับโค้งตรงจุดเริ่มต้น ดังแสดงในรูปที่ 3 ซึ่งเป็นค่าโมดูลัสที่ใกล้เคียงโมดูลัสความยืดหยุ่นที่สุด

- **โมดูลัสเส้นเชื่อมจุดเริ่มต้นกับจุดบนส่วนโค้ง (Secant Modulus)** เป็นค่าโมดูลัสที่ใช้งานได้ดีในทางปฏิบัติ ทั้งนี้เพราะมีการรวมค่าการเปลี่ยนรูป (Deformation) ทั้งจากน้ำหนักที่ใส่เข้าไป (Strain) และผลของการคืบ (Creep) เข้าไปด้วย ค่าโมดูลัส

ชนิดนี้ยังไม่มีกำหนดเป็นมาตรฐานว่าจะวัดที่ความเค้นเท่าใด ในบางห้องทดสอบกำหนดให้ทำที่ระดับ 15% 25% 40% หรือ 50% ของค่าความเค้นสูงสุด และค่าโมดูลัสชนิดนี้จะลดลงเมื่อค่าความเค้นเพิ่มขึ้น ดังนั้นการแสดงผลต้องแสดงระดับความเค้นด้วย

- **โมดูลัสสัมผัส (Tangent Modulus)** คือ ค่าความลาดเอียงของเส้นสัมผัสกับจุดใดจุดบนเส้นสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและหน่วยการหดตัว

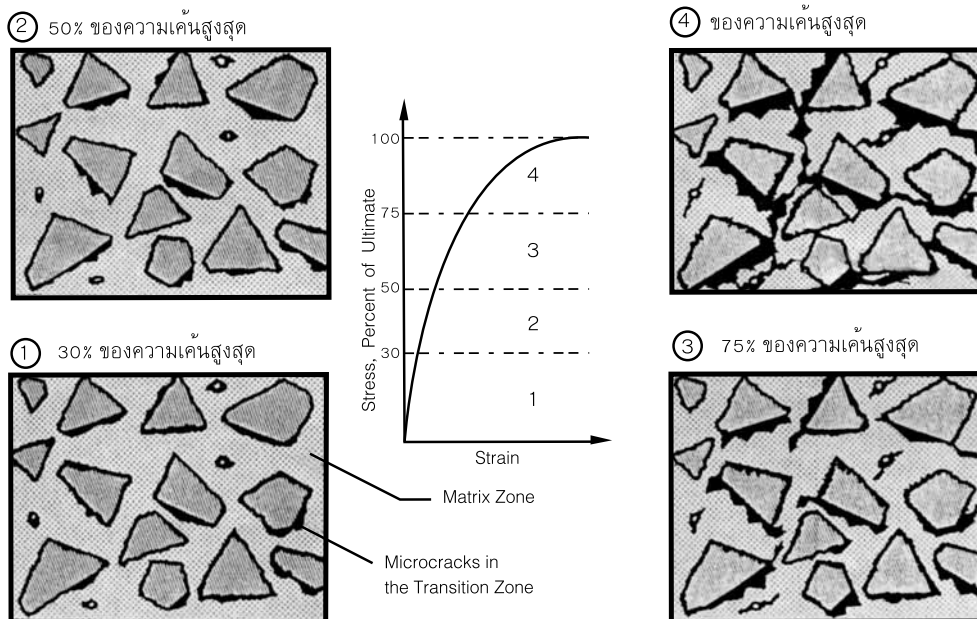
สำหรับการออกแบบทั่วไป ACI Building Code 318 ได้กำหนดให้ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นคงที่ของคอนกรีตที่มีค่าหน่วยน้ำหนักระหว่าง 1.45-2.48 ตัน/ลบ.ม. มีความสัมพันธ์กับกำลังอัดและความหนาแน่นของคอนกรีต คือ

$$E_c = 4,270 W^{1.5} \sqrt{f'_c} \quad (\text{กก./ตร.ซม.})$$

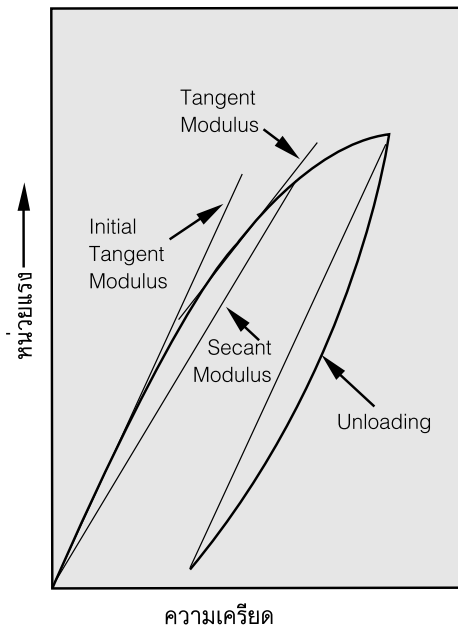
โดย  $E_c$  = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต (กก./ตร.ซม.)

$W$  = หน่วยน้ำหนักของคอนกรีต (ตัน/ลบ.ม.)  
(คอนกรีตน้ำหนักธรรมดาให้ใช้  $W$  เท่ากับ 2.323 ตัน/ลบ.ม.)

$f'_c$  = กำลังอัดประลัยของคอนกรีตรูปทรงกระบอกที่อายุ 28 วัน (กก./ตร.ซม.)



รูปที่ 2 กระบวนการแพร่กระจายของรอยร้าวขนาดเล็ก (Microcracks) ในคอนกรีต (จากหนังสือ Concrete Structure, Properties, and Materials Mehta & Monteiro)



รูปที่ 3 กราฟค่าโมดูลัสชนิดต่างๆ ของคอนกรีต

**ปัจจัยที่มีผลต่อโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต**

1. ความพรุนและลักษณะของบริเวณรอยต่อ ช่องว่าง รอยร้าว และแคลเซียมไฮดรอกไซด์บริเวณรอยต่อมีบทบาทสำคัญต่อรูปร่างกราฟ Stress-Strain ของคอนกรีต
2. ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของซีเมนต์เพสต์ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของซีเมนต์เพสต์ที่สูงจะทำให้คอนกรีตมีค่าโมดูลัสสูงไปด้วย
3. อัตราการให้น้ำหนัก การให้น้ำหนักเร็วจะส่งผลให้ค่าโมดูลัสสูงขึ้น
4. สภาพของก้อนตัวอย่าง ก้อนตัวอย่างที่อยู่ในสภาพเปียก จะให้ค่าโมดูลัสที่สูงกว่าตัวอย่างในสภาพแห้งประมาณ 15%
5. คุณสมบัติของมวลรวมหยาบ
  - มวลรวมหยาบที่มีค่าโมดูลัสสูง จะส่งผลให้ค่าโมดูลัสของคอนกรีตสูงขึ้น
  - ขนาดใหญ่สุด รูปร่าง ลักษณะผิว และขนาดคละจะมีผลต่อรอยร้าว (Microcracks) บริเวณรอยต่อระหว่างซีเมนต์เพสต์กับมวลรวม ซึ่งจะส่งผลต่อลักษณะรูปร่างของกราฟ Stress-Strain ของคอนกรีต
  - ณ ระดับกำลังอัดที่เท่ากัน โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีตเบา จะมีค่าเพียง 40-50% ของคอนกรีตปกติ

6. สัดส่วนผสม ยิ่งใช้ปริมาณมวลรวมหยาบมาก คอนกรีตจะยิ่งมีค่าโมดูลัสสูงขึ้น

7. อายุของคอนกรีต ยิ่งคอนกรีตมีอายุมากขึ้น ค่าโมดูลัสและกำลังอัดก็จะเพิ่มขึ้นด้วย

8. อุณหภูมิขณะเริ่มบ่ม การบ่มคอนกรีตที่อุณหภูมิสูง จะไปเร่งปฏิกิริยาไฮเดรชันให้เกิดเร็วขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้กำลังอัดในระยะแรกสูงกว่าคอนกรีตที่บ่มที่อุณหภูมิต่ำ แต่การเกิดปฏิกิริยาที่เร็วเกินไปก็มีข้อเสียคือ จะทำให้การกระจายตัวของ CSH ในเนื้อซีเมนต์เพสต์ที่ไม่สม่ำเสมอ ซึ่งจะส่งผลให้ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและกำลังอัดในช่วงท้ายลดลง

**1.2. โมดูลัสยืดหยุ่นที่โมดิงก์ (Dynamic Modulus of Elasticity)**

สามารถหาได้จากการทดสอบด้วยเสียง (Sonic Test) โดยปรกติมีค่ามากกว่าค่าโมดูลัสยืดหยุ่นแบบคงที่ 20-40% เป็นค่าที่มีประโยชน์ในการวิเคราะห์ความเค้นสำหรับโครงสร้างที่อยู่บริเวณที่มีการเกิดแผ่นดินไหว และโครงสร้างที่ต้องรับแรงกระแทก

**1.3. โมดูลัสการดัดงอ (Flexural Modulus of Elasticity)**

มีประโยชน์ในการออกแบบและวิเคราะห์โครงสร้างถนน หาได้จากการวัดการแอ่นตัวของ การทดสอบแรงดัดในคานคอนกรีต ค่าโดยประมาณสามารถหาได้จากสมการ

$$E = \frac{PL^3}{48 I y} \quad (\text{กก./ตร.ซม.})$$

P = น้ำหนักที่กด (กก.)

L = ความยาวคาน (ซม.)

I = ค่าโมเมนต์ความเฉื่อย (ซม.<sup>4</sup>)

y = ค่าการแอ่นตัวบริเวณกึ่งกลางคาน(ซม.)

**2. ค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio,  $\mu$ )**

ค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio) คือ อัตราส่วนของหน่วยการหดตัวด้านข้าง (Lateral Strain) ต่อหน่วยการหดตัวในแนวแกนที่รับน้ำหนัก (Axial Strain)

เมื่อมีการให้น้ำหนัก ซึ่งคอนกรีตปกติจะมีค่าประมาณ 0.15-0.20 จากการวิจัยยังไม่พบความสัมพันธ์ที่แน่ชัดระหว่างค่าอัตราส่วนปัวซองกับคุณสมบัติของคอนกรีต เช่น อัตราส่วนน้ำต่อซีเมนต์ การบ่ม หรือขนาดผลรวมของมวลรวม แต่อย่างไรก็ตามพบว่าค่าอัตราส่วนปัวซองจะมีค่าลดลงในคอนกรีตกำลังอัดสูง คอนกรีตที่อิมิตัวด้วยน้ำและคอนกรีตที่ได้รับหน่วยน้ำหนักไม่คงที่ (Dynamic Load) อัตราส่วนปัวซองนี้ไม่ค่อยมีการใช้ในงานคอนกรีตทั่วไป แต่มีความสำคัญในการวิเคราะห์โครงสร้างของอุโมงค์ เขื่อน และโครงสร้างประเภท Indeterminate Structure

### การทดสอบหาค่าโมดูลัสยืดหยุ่นและค่าอัตราส่วนปัวซอง

#### มาตรฐานที่ใช้

ASTM C 469

Standard Test Method for Static of Elasticity and Poisson's Ratio of Concrete in Compression

#### อุปกรณ์

1. เครื่องทดสอบกำลังอัด (Testing Machine)
2. Compressometer
3. Extensometer
4. เครื่องชั่งน้ำหนัก
5. ตลับเมตร



รูปที่ 4 ก้อนตัวอย่างที่ได้รับการติดตั้ง Compressometer

#### วิธีทดสอบ

1. ชั่งน้ำหนักก้อนตัวอย่าง และหาค่าเฉลี่ยเส้นผ่านศูนย์กลาง แล้วทำการ Cap หัวก้อนตัวอย่างด้วยกัมมะถัน
2. ติดตั้ง Compressometer และ Extensometer เข้ากับก้อนตัวอย่าง แล้วนำไปวางบนเครื่องทดสอบกำลังอัด
3. กดน้ำหนักก้อนตัวอย่าง โดยเพิ่มน้ำหนักขึ้นเรื่อยๆ ด้วยอัตราคงที่ ประมาณ 2.5 กก./ตร.ซม./วินาที
4. เมื่อก้อนตัวอย่างใกล้แตกให้ถอด Compressometer และ Extensometer ออก
5. กดก้อนตัวอย่างต่อไปจนพัง แล้วบันทึกค่าน้ำหนักสูงสุด
6. เขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กดกับการหดตัว แล้วคำนวณหาค่า
  - 6.1. กำลังอัดสูงสุด (Ultimate Strength)

$$\sigma_c = \frac{4P}{\pi d_{av}^2}$$

P = น้ำหนักสูงสุด

d = เส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย ที่วัด 2 ทิศทาง  
ตั้งฉากกัน

6.2. กำลังอัดในช่วงยืดหยุ่น (Compressive Strength at Elastic limit)

$$\sigma_e = 0.40 (\sigma_c)$$

6.3. ค่าโมดูลัสสัมผัสเบื้องต้น (Initial Tangent Modulus,  $E_t$ )

6.4. ค่าโมดูลัสสัมผัส (Tangent Modulus,  $E_t$ )  
ที่ 40% ของกำลังอัดสูงสุด

6.5. ค่าโมดูลัสเส้นเชื่อมจุดเริ่มต้นกับจุดบนส่วนโค้ง (Secant Modulus,  $E_s$ ) ที่ 40% ของกำลังอัดสูงสุด

$$E_s = \frac{\sigma_e - \sigma_o}{\epsilon_e - 0.000050}$$

$\sigma_e$  = หน่วยแรงที่ 40% ของหน่วยแรงสูงสุด

$\sigma_o$  = หน่วยแรงที่หน่วยการหดตัวเท่ากับ  
0.000050

$\epsilon_e$  = หน่วยการหดตัวตามแนวแกนที่หน่วย  
แรงเท่ากับ 40% ของหน่วยแรงสูงสุด

6.6. ค่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio,  $\mu$ )

$$\mu = \frac{\epsilon_e^t - \epsilon_o^t}{\epsilon_e - 0.000050}$$

$\epsilon_e^t$  = หน่วยการขยายตัวด้านข้างที่หน่วยแรง  
ตามแนวแกน เท่ากับ 40% ของหน่วย  
แรงสูงสุด

$\epsilon_o^t$  = หน่วยการขยายตัวด้านข้างที่หน่วยการ  
หดตัวตามแนวแกนเท่ากับ 0.000050

$\epsilon_e$  = หน่วยการหดตัวตามแนวแกนที่หน่วย  
แรงเท่ากับ 40% ของหน่วยแรงสูงสุด